

3 (Sem-5) MAT 2

2017

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Methods and Spherical Astronomy)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

GROUP—A / বিভাগ—ক

(Numerical Methods)

(Marks : 30)

1. Answer the following questions : 1×4=4

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define the operators E and Δ .

E আৰু Δ সংকাৰক দুটাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Write down Newton's forward interpolation formula.

নিউটনৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো লিখা।

8A/159

(Turn Over)

(2)

(c) When Newton's divided difference formula is used?

নিউটনৰ বিভাজিত অন্তৰৰ সূত্রটো কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

(d) Evaluate Δe^x .

Δe^x নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer the following questions : $2 \times 3 = 6$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that $E\Delta \equiv \Delta E$.

দেখুওৱা যে $E\Delta \equiv \Delta E$.

(b) Evaluate $\Delta \log x$.

$\Delta \log x$ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Form the divided difference table for the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা বিভাজিত অন্তৰৰ (divided difference) টেবুল এখন গঠন কৰা :

x	:	5	15	22
y	:	7	36	160

8A/159

(Continued)

(3)

3. (a) Evaluate :

$2+3=5$

মান উলিওৱা :

(i) $\Delta \tan^{-1} x$

(ii) $\left(\frac{\Delta^2}{E} \right) x^3$

Or / অথবা

Determine the function whose first difference is $x^3 + 3x^2 + 5x + 12$.

5

তলত দিয়া প্ৰথম অন্তৰৰ পৰা ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা :

$$x^3 + 3x^2 + 5x + 12$$

(b) From the following table, find the number of students who obtained less than 45 marks :

5

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা 45 নম্বৰতকৈ কম নম্বৰ লাভ কৰা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

Marks	No. of Students
নম্বৰ	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
30-40	31
40-50	42
50-60	51
60-70	35
70-80	31

8A/159

(Turn Over)

(4)

Or / অথবা

Given (দিয়া আছে)

x	:	5	7	11	13	17
$f(x)$:	150	392	1452	2366	5202

Evaluate $f(9)$ using Lagrange's formula. 5

লাগ্ৰাঞ্জৰ সূত্র প্ৰয়োগ কৰি $f(9)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer either (a) or (b) of the following : 10

তলৰ (a) অথবা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Find $\sqrt{30}$ to five places of decimal, using Newton-Raphson method. 5

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি 5 দশমিক স্থানলৈ $\sqrt{30}$ ৰ মান উলিওৱা।

(ii) Find a root of the equation $x^3 - 4x - 9 = 0$, using the bisection method in three stages. 5

দ্বিখণ্ড পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল তৃতীয় স্তৰলৈ শুদ্ধ কৰি নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the roots of the equation $x^2 - 5x + 2 = 0$ correct to 5 decimal places by Newton-Raphson method. 10

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতিৰে $x^2 - 5x + 2 = 0$ সমীকৰণৰ মূল 5 দশমিক স্থান পৰ্যন্ত উলিওৱা।

8A/159

(Continued)

(5)

GROUP—B / বিভাগ—খ

(Spherical Astronomy)

(Marks : 50)

5. Answer the following questions : 1×6=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define spherical triangle.

গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) If $A = a$, then show that B and b are equal or supplemental.

যদি $A = a$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে B আৰু b সমান অথবা পৰিপূৰক।

(c) State the sine formula related to a spherical triangle.

এটা গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত চাইন (sine)ৰ সূত্ৰটো লিখা।

(d) Define altitude of a heavenly body.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ উন্নতাংশ (altitude)ৰ সংজ্ঞা দিয়া।

8A/159

(Turn Over)

(6)

(e) What are the right ascension, declination, longitude and latitude of the first point of aries?

মেকৰ প্ৰথম বিন্দুত (first point of aries) বিষুৱাংশ, বিষুৱ লম্ব, ক্ৰান্তাংশ আৰু ক্ৰান্তি লম্বৰ মানসমূহ কি কি ?

(f) Name the two poles of the celestial horizon of the celestial sphere.

নভোগোলকত থকা নভোদিগন্তৰ (celestial horizon) মেক দুটা কি কি ?

6. (a) In an equilateral spherical triangle ABC , prove that

$$\sec A = 1 + \sec a \quad 2$$

ABC সমবাহু গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sec A = 1 + \sec a$$

(b) Write two properties of poles. 2

মেক বিন্দুৰ দুটা ধৰ্ম লিখা।

7. (a) In a spherical triangle ABC , prove that

$$\cos a = \cos b \cos C + \sin b \sin c \cos A \quad 5$$

এটা গোলকীয় ত্ৰিভুজ ABC ৰ বাবে, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos a = \cos b \cos C + \sin b \sin c \cos A$$

8A/159

(Continued)

(7)

Or / অথবা

In a spherical triangle ABC , prove that

$$\frac{\sin(A+B)}{\sin C} = \frac{\cos a + \cos b}{1 + \cos a} \quad 5$$

গোলকীয় ত্ৰিভুজ ABC ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\sin(A+B)}{\sin C} = \frac{\cos a + \cos b}{1 + \cos a}$$

(b) Give the three usual methods for locating the position of a star in space, illustrating your answer by diagrams. 5

নভোগোলকত কোনো জ্যোতিষ্কৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ ব্যৱহৃত পদ্ধতি তিনিটা চিত্ৰসহ লিখা।

8. Answer either (a) and (b) or (c) and (d) : 10

(a) আৰু (b) অথবা (c) আৰু (d)ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Prove that the altitude of the celestial pole at any place is equal to the latitude of the place of the observer. 5

প্ৰমাণ কৰা যে কোনো ঠাইৰ ধ্ৰুৱবিন্দুৰ উন্নতাংশ সেই ঠাইৰ পৰ্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশৰ সমান।

8A/159

(Turn Over)

- (b) What is circumpolar star? A circumpolar star crosses the meridian at altitude $10^{\circ}11'17''$ and $72^{\circ}15'31''$. Find the star's polar distance and the latitude of the place. 1+4

পৰিষ্কৰী তৰা কি? এটা পৰিষ্কৰী তৰাই $10^{\circ}11'17''$ আৰু $72^{\circ}15'31''$ উন্নতাংশত মধ্যৰেখাক ছেদ কৰে। জ্যোতিষ্কটোৰ ধ্ৰুৱীয় দূৰত্ব আৰু ঠাইৰ পৰ্যবেক্ষণৰ অক্ষাংশ উলিওৱা।

- (c) If H is the hour angle of a star at rising, then show that

$$\tan^2 \frac{H}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)}$$

where ϕ be the latitude of the place and δ the declination of the star. 4

কোনো এটা জ্যোতিষ্কৰ উদয়ান্তত (at rising) হোৱা কোণ (hour angle) H , ঠাইৰ পৰ্যবেক্ষণৰ অক্ষাংশ (latitude of a place) ϕ আৰু বিষুৰ লম্ব (declination) δ হ'লে দেখুওৱা যে

$$\tan^2 \frac{H}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)}$$

- (d) Write short notes on : 3×2=6

চমু টোকা লিখা :

- (i) Signs of the zodiac / বাশিচক্ৰৰ চিহ্ন
(ii) Morning star and evening star / শুকতৰা আৰু সন্ধ্যাতৰা

9. (a) Assuming that the orbits of planets are circular, deduce from Kepler's third law that velocities of two planets are inverse to the square roots of their distances from the sun. 5

গ্রহৰ কক্ষপথ বৃত্তাকাৰ বুলি ধৰি, কেপ্লাৰৰ তৃতীয় বিধিৰ পৰা নিগমন কৰা যে দুটা গ্রহৰ বেগ সূৰ্য্যৰ পৰা সিহঁতৰ দূৰত্বৰ বৰ্গমূলৰ বিপৰীত।

- (b) Define sidereal period and synodic period of a planet. Establish the relation between the synodic period and sidereal period of an interior planet and the periodic time of the earth. 5

গ্রহৰ নক্ষত্র কাল আৰু সংযুতি কালৰ সংজ্ঞা লিখা। অন্তঃগ্রহৰ সংযুতি কাল, নক্ষত্র কাল আৰু পৃথিৱীৰ পৰ্যায়কালৰ মাজৰ সম্পৰ্ক নিগমন কৰা।

Or / অথবা

If V_1 and V_2 are linear velocities of a planet at perihelion and aphelion respectively and e is the eccentricity of the planet's orbit, prove that

$$(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2 \quad 5$$

যদি V_1 আৰু V_2 ক্ৰমে অনুসূৰ (perihelion) আৰু অপসূৰ (aphelion)ত বেগ আৰু e গ্রহৰ কক্ষপথত উৎকেন্দ্ৰতা হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2$$

10. Answer either (a) or (b) : 10

(a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Define geocentric parallax. Show that the geocentric parallax of a heavenly body varies as the sine of its apparent zenith distance. 1+4

ভূ-কেন্দ্রিক লম্বনৰ সংজ্ঞা লিখা। দেখুওৱা যে, জ্যোতিষ্কৰ ভূ-কেন্দ্রিক লম্বন বস্তুটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বাহ্যিক দূৰত্বৰ চাইনৰ প্রত্যক্ষ বিচৰণশীল।

(ii) The horizontal parallax of the moon is $57'$ and its angular distance is $31'5''$. Find the diameter of the moon in kilometers assuming the radius of the earth to be 6400 km. 5

চন্দ্ৰৰ অনুভূমিক লম্বন $57'$ আৰু কৌণিক দূৰত্ব $31'5''$. পৃথিৱীৰ ব্যাসার্ধ 6400 km বুলি ধৰিলে চন্দ্ৰৰ ব্যাস কিলোমিটাৰত উলিওৱা।

(b) (i) Prove that the annual parallax varies as the sine of the angular distance of the sun from the star. 6

প্রমাণ কৰা যে বাৰ্ষিক লম্বন, এটা নক্ষত্ৰৰ পৰা সূৰ্য্যৰ কৌণিক দূৰত্বৰ চাইনৰ সমানুপাতিক।

(ii) If the horizontal parallax of the sun is $8''.8$ and the observed zenith distance is 60° , then find the actual zenith distance. 4

সূৰ্য্যৰ অনুভূমিক লম্বন $8''.8$ প্ৰেক্ষিত নভাংশ 60° হ'লে প্ৰকৃত নভাংশ উলিওৱা।
